

खंड 1 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
 पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
 शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- Q.1 मान लीजिए कि $\mathbb{R}$ सभी वास्तविक संख्याओं (real numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है। मान लीजिए कि $i \in \{1, 2, 3\}$ के लिए $a_i, b_i \in \mathbb{R}$ हैं। फलनों (functions) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, और $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ को

$$\begin{aligned} f(x) &= a_1 + 10x + a_2x^2 + a_3x^3 + x^4, \\ g(x) &= b_1 + 3x + b_2x^2 + b_3x^3 + x^4, \\ h(x) &= f(x+1) - g(x+2) \end{aligned}$$

द्वारा परिभाषित कीजिए। यदि प्रत्येक $x \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x) \neq g(x)$ है, तब $h(x)$ में x^3 का गुणांक (coefficient) है

(A)	8
(B)	2
(C)	-4
(D)	-6

Q.2 तीन विद्यार्थियों S_1, S_2 , और S_3 को एक सवाल (problem) हल करने के लिए दिया गया है। निम्नलिखित घटनाओं (events) पर विचार कीजिये :

U : S_1, S_2 , और S_3 में से कम से कम एक, इस सवाल को हल कर सकता है,

V : S_1 सवाल को हल कर सकता है, जब यह ज्ञात है कि S_2 और S_3 में से कोई भी सवाल को हल नहीं कर सकता है,

W : S_2 सवाल को हल कर सकता है और S_3 सवाल को हल नहीं कर सकता है,

T : S_3 सवाल को हल कर सकता है।

किसी घटना E के लिए, मान लीजिए कि $P(E)$, घटना E की प्रायिकता (probability) को दर्शाता है। यदि

$$P(U) = \frac{1}{2}, \quad P(V) = \frac{1}{10}, \quad \text{और} \quad P(W) = \frac{1}{12}$$

हैं, तब $P(T)$ बराबर है

(A)	$\frac{13}{36}$	(B)	$\frac{1}{3}$	(C)	$\frac{19}{60}$	(D)	$\frac{1}{4}$
-----	-----------------	-----	---------------	-----	-----------------	-----	---------------

Q.3 मान लीजिए कि $\mathbb{R}$ सभी वास्तविक संख्याओं (real numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है। फलन (function) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ को

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 2x^2 - x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{यदि } x \neq 0, \\ 2 & \text{यदि } x = 0, \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित कीजिये। तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा एक कथन सत्य है ?

(A)	$x = 0$ पर, फलन f अवकलनीय (differentiable) नहीं है
(B)	एक धनात्मक वास्तविक संख्या (positive real number) δ इस प्रकार है कि अंतराल (interval) $(0, \delta)$ में फलन f एक ह्रासमान फलन (decreasing function) है
(C)	किसी भी धनात्मक वास्तविक संख्या (positive real number) δ के लिए अंतराल (interval) $(-\delta, 0)$ में फलन f एक वर्धमान फलन (increasing function) नहीं है
(D)	$x = 0$, फलन f का एक स्थानीय निम्नतम का बिंदु (point of local minima) है।

Q.4

आव्यूह (matrix)

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि किसी आव्यूह X के परिवर्त (transpose) को X^T द्वारा दर्शाया जाता है। तब पूर्णांक प्रविष्टियों (integer entries) वाले 3×3 व्युत्क्रमणीय आव्यूहों (invertible matrices) Q , जिनके लिए

$$Q^{-1} = Q^T \text{ और } PQ = QP$$

हैं, की संख्या है

(A)	32	(B)	8	(C)	16	(D)	24
-----	----	-----	---	-----	----	-----	----

खंड 2 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं । इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए ।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :**
 - पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है ।
 - आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है ।
 - आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं ।
 - आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है ।
 - शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) ।
 - ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में ।
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
 - केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
 - कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
 - अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -2 अंक मिलेंगे ।

Q.5 मान लीजिए कि L_1 , समीकरणों (equations)

$$2x + 3y + z = 4 \text{ और } x + 2y + z = 5$$

द्वारा दिये गये समतलों (planes) की प्रतिच्छेदन रेखा (line of intersection) है। मान लीजिए कि L_2 वह रेखा है जो बिंदु $P(2, -1, 3)$ से गुजरती है और L_1 के समांतर (parallel) है। मान लीजिए कि M , समीकरण

$$2x + y - 2z = 6$$

द्वारा दिये गये समतल (plane) को दर्शाता है। मान लीजिए कि रेखा L_2 , समतल M से बिंदु Q पर मिलती है। मान लीजिए कि P से समतल M पर डाले गये लंब का पाद (foot of the perpendicular) R है।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	रेखाखंड (line segment) PQ की लंबाई $9\sqrt{3}$ है
(B)	रेखाखंड (line segment) QR की लंबाई 15 है
(C)	त्रिभुज ΔPQR का क्षेत्रफल (area) $\frac{3}{2}\sqrt{234}$ है
(D)	रेखाखंडों (line segments) PQ और PR के बीच का न्यूनकोण (acute angle) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$ है

Q.6 मान लीजिए कि $\mathbb{N}$ सभी प्राकृत संख्याओं (natural numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है, और $\mathbb{Z}$ सभी पूर्णाकों (integers) के समुच्चय को दर्शाता है। फलनों (functions) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ और $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ जो

$$f(n) = \begin{cases} (n+1)/2 & \text{यदि } n \text{ विषम (odd) है,} \\ (4-n)/2 & \text{यदि } n \text{ सम (even) है,} \end{cases}$$

और

$$g(n) = \begin{cases} 3+2n & \text{यदि } n \geq 0 \text{ है,} \\ -2n & \text{यदि } n < 0 \text{ है,} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित हैं, पर विचार कीजिए। सभी $n \in \mathbb{N}$ के लिए $(g \circ f)(n) = g(f(n))$, और सभी $n \in \mathbb{Z}$ के लिए $(f \circ g)(n) = f(g(n))$ परिभाषित कीजिये।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	$g \circ f$ एकैकी (one-one) नहीं है और $g \circ f$ आच्छादक (onto) भी नहीं है
(B)	$f \circ g$ एकैकी (one-one) नहीं है परन्तु $f \circ g$ आच्छादक (onto) है
(C)	g एकैकी (one-one) है और g आच्छादक (onto) भी है
(D)	f एकैकी (one-one) नहीं है परन्तु f आच्छादक (onto) है

Q.7

मान लीजिए कि $\mathbb{R}$ सभी वास्तविक संख्याओं (real numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है। मान लीजिए कि $z_1 = 1 + 2i$ और $z_2 = 3i$ दो सम्मिश्र संख्याएँ (complex numbers) हैं, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। मान लीजिए कि

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : |x + iy - z_1| = 2|x + iy - z_2|\}$$

है।

तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सत्य है (हैं) ?

(A)	S एक वृत्त (circle) है, जिसका केंद्र (centre) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{10}{3}\right)$ है
(B)	S एक वृत्त (circle) है, जिसका केंद्र (centre) $\left(\frac{1}{3}, \frac{8}{3}\right)$ है
(C)	S एक वृत्त (circle) है, जिसकी त्रिज्या (radius) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ है
(D)	S एक वृत्त (circle) है, जिसकी त्रिज्या (radius) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ है

खंड 3 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर प्रविष्ट करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) का उपयोग करके उत्तर का सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
पूर्ण अंक : +4 यदि निर्दिष्ट स्थान पर केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.8 मान लीजिए कि समुच्चय (set) $\{a, b, c, d, e, f\}$ पर उन सभी संबंधों (relations) R , जो स्वतुल्य (reflexive) और सममित (symmetric) हैं, तथा जिनमें ठीक (exactly) 10 अवयव (element) हैं, के समुच्चय को S से दर्शाया जाता है।

तब S में अवयवों की संख्या (number of elements) _____ है।

Q.9 मान लीजिए कि XY -तल (XY -plane) में किन्हीं दो बिंदुओं M और N के लिए, M से N तक के सदिश (vector) को $\overrightarrow{MN}$ से दर्शाया जाता है, तथा शून्य सदिश को $\vec{0}$ से दर्शाया जाता है। मान लीजिए कि XY -तल में P, Q और R , तीन भिन्न बिंदु हैं।

मान लीजिए कि S , त्रिभुज (triangle) ΔPQR के आंतरिक भाग (inside) में इस प्रकार का एक बिंदु है कि

$$\overrightarrow{SP} + 5\overrightarrow{SQ} + 6\overrightarrow{SR} = \vec{0}$$

है। मान लीजिए कि E और F , क्रमशः (respectively) PR और QR के मध्यबिंदु (mid-points) हैं। तब

$$\frac{\text{रेखाखंड (line segment) } EF \text{ की लंबाई}}{\text{रेखाखंड (line segment) } ES \text{ की लंबाई}}$$

का मान _____ है।

- Q.10 मान लीजिए कि S , उन सभी सात अंकों वाली संख्याओं (numbers) का समुच्चय (set) है जो अंकों 0, 1 और 2 से बनायी जा सकती हैं। उदाहरण के लिए, S में संख्या 2210222 है, परन्तु S में संख्या 0210222 नहीं है।
तब S में ऐसे सभी अवयवों (elements) x , जिसमें अंकों 0 और 1 में से कम से कम एक अंक ठीक (exactly) दो बार आता है, की संख्या _____ है।

- Q.11 मान लीजिए कि α और β वह वास्तविक संख्याएँ (real numbers) हैं कि

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left(\frac{\alpha}{2} \int_0^x \frac{1}{1-t^2} dt + \beta x \cos x \right) = 2$$

है। तब $\alpha + \beta$ का मान _____ है।

- Q.12 मान लीजिए कि $\mathbb{R}$ सभी वास्तविक संख्याओं (real numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है। मान लीजिए कि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ एक इस प्रकार का फलन (function) है कि सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x) > 0$ है, और सभी $x, y \in \mathbb{R}$ के लिए $f(x+y) = f(x)f(y)$ है।

मान लीजिए कि वास्तविक संख्याएँ $a_1, a_2, \dots, a_{50}$ एक समांतर श्रेणी (arithmetic progression) में हैं। यदि $f(a_{31}) = 64f(a_{25})$ है, और

$$\sum_{i=1}^{50} f(a_i) = 3(2^{25} + 1)$$

है, तब

$$\sum_{i=6}^{30} f(a_i)$$

का मान _____ है।

- Q.13 सभी $x > 0$ के लिए, मान लीजिए कि $y_1(x)$, $y_2(x)$, और $y_3(x)$ इस प्रकार के फलन (functions) हैं जो क्रमशः

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dx} - (\sin x)^2 y_1 &= 0, & y_1(1) &= 5, \\ \frac{dy_2}{dx} - (\cos x)^2 y_2 &= 0, & y_2(1) &= \frac{1}{3}, \\ \frac{dy_3}{dx} - \left(\frac{2-x^3}{x^3}\right) y_3 &= 0, & y_3(1) &= \frac{3}{5e}\end{aligned}$$

को संतुष्ट करते हैं। तब

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{y_1(x)y_2(x)y_3(x) + 2x}{e^{3x} \sin(x)}$$

बराबर _____ है।

खंड 4 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **तीन (03)** सूची-सुमेलन (Matching List) सेट्स (sets) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **एक (01)** एकाधिक विकल्प प्रश्न (Multiple Choice Question) है।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **दो** सूचियाँ हैं: **सूची-I** और **सूची-II**
- **सूची-I** में **चार (04)** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R) और (S) हैं एवं सूची-II में **पाँच (05)** प्रविष्टियाँ (1), (2), (3), (4) और (5) हैं।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प प्रश्न में सूची-I और सूची-II पर आधारित चार विकल्प दिए गए हैं और इन विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही एकाधिक विकल्प प्रश्न की शर्त पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
 पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है।
 शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.14 निम्नलिखित बारंबारता बंटन (frequency distribution) पर विचार कीजिये:

मान (Value)	4	5	8	9	6	12	11
बारंबारता (Frequency)	5	f_1	f_2	2	1	1	3

मान लीजिए कि बारंबारताओं का योग 19 है और बारंबारता बंटन की माधिका (median) 6 है।

दिये गए बारंबारता बंटन के लिए, मान लीजिए कि α माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन (mean deviation about the mean) को दर्शाता है, β माधिका के सापेक्ष माध्य विचलन (mean deviation about the median) को दर्शाता है, और σ^2 प्रसरण (variance) को दर्शाता है।

सूची-I (List-I) की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का सूची-II (List-II) की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये और सही विकल्प का चयन करें।

सूची-I

(P) $7f_1 + 9f_2$ बराबर

(Q) 19α बराबर

(R) 19β बराबर

(S) $19\sigma^2$ बराबर

सूची-II

(1) 146

(2) 47

(3) 48

(4) 145

(5) 55

(A)	(P) $\rightarrow$ (5) (Q) $\rightarrow$ (3) (R) $\rightarrow$ (2) (S) $\rightarrow$ (4)
(B)	(P) $\rightarrow$ (5) (Q) $\rightarrow$ (2) (R) $\rightarrow$ (3) (S) $\rightarrow$ (1)
(C)	(P) $\rightarrow$ (5) (Q) $\rightarrow$ (3) (R) $\rightarrow$ (2) (S) $\rightarrow$ (1)
(D)	(P) $\rightarrow$ (3) (Q) $\rightarrow$ (2) (R) $\rightarrow$ (5) (S) $\rightarrow$ (4)

Q.15

मान लीजिए कि $\mathbb{R}$ सभी वास्तविक संख्याओं (real numbers) के समुच्चय (set) को दर्शाता है। किसी भी वास्तविक संख्या x के लिए, मान लीजिए कि x से छोटा या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक (greatest integer less than or equal to) को $[x]$ से दर्शाते हैं। मान लीजिए कि n एक प्राकृत संख्या (natural number) को दर्शाता है।

सूची-I (List-I) की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का सूची-II (List-II) की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये और सही विकल्प का चयन करें।

सूची-I

सूची-II

(P) n का न्यूनतम मान (minimum value), जिसके लिए अंतराल (interval) $[1, 2]$ में फलन (function)

(1) 8

$$f(x) = \left\lfloor \frac{10x^3 - 45x^2 + 60x + 35}{n} \right\rfloor$$

संतत (continuous) है, है

(2) 9

(Q) n का न्यूनतम मान जिसके लिए, $\mathbb{R}$ पर,
 $g(x) = (2n^2 - 13n - 15)(x^3 + 3x)$,
 $x \in \mathbb{R}$, एक वर्धमान फलन (increasing function) है, है

(R) सबसे छोटी प्राकृत संख्या n , जो 5 से अधिक है और जिसके लिए $x = 3$,
 $h(x) = (x^2 - 9)^n(x^2 + 2x + 3)$
 का एक स्थानीय निम्नतम का बिंदु (point of local minima) है, है

(3) 5

(S) ऐसे सभी $x_0 \in \mathbb{R}$ की संख्या, कि x_0 पर

(4) 6

$$l(x) = \sum_{k=0}^4 \left(\sin|x - k| + \cos\left|x - k + \frac{1}{2}\right| \right), x \in \mathbb{R},$$

अवकलनीय (differentiable) नहीं है, है

(5) 10

(A)	(P) $\rightarrow$ (1) (Q) $\rightarrow$ (3) (R) $\rightarrow$ (2) (S) $\rightarrow$ (5)
(B)	(P) $\rightarrow$ (2) (Q) $\rightarrow$ (1) (R) $\rightarrow$ (4) (S) $\rightarrow$ (3)
(C)	(P) $\rightarrow$ (5) (Q) $\rightarrow$ (1) (R) $\rightarrow$ (4) (S) $\rightarrow$ (3)
(D)	(P) $\rightarrow$ (2) (Q) $\rightarrow$ (3) (R) $\rightarrow$ (1) (S) $\rightarrow$ (5)

- Q.16 मान लीजिए कि $\vec{w} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ है, तथा $\vec{u}$ और $\vec{v}$ दो इस प्रकार के सदिश (vector) हैं कि $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w}$ और $\vec{v} \times \vec{w} = \vec{u}$ हैं। मान लीजिए कि α, β, γ , और t इस प्रकार की वास्तविक संख्याएँ (real numbers) हैं कि

$$\vec{u} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k}, \quad -t\alpha + \beta + \gamma = 0, \quad \alpha - t\beta + \gamma = 0, \quad \text{और} \quad \alpha + \beta - t\gamma = 0$$

हैं।

सूची-I (List-I) की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का सूची-II (List-II) की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये और सही विकल्प का चयन करें।

सूची-I	सूची-II
(P) $ \vec{v} ^2$ बराबर	(1) 0
(Q) यदि $\alpha = \sqrt{3}$ है, तब γ^2 बराबर	(2) 1
(R) यदि $\alpha = \sqrt{3}$ है, तब $(\beta + \gamma)^2$ बराबर	(3) 2
(S) यदि $\alpha = \sqrt{2}$ है, तब $t + 3$ बराबर	(4) 3
	(5) 5

(A)	(P) $\rightarrow$ (2) (Q) $\rightarrow$ (1) (R) $\rightarrow$ (4) (S) $\rightarrow$ (5)
(B)	(P) $\rightarrow$ (2) (Q) $\rightarrow$ (4) (R) $\rightarrow$ (3) (S) $\rightarrow$ (5)
(C)	(P) $\rightarrow$ (2) (Q) $\rightarrow$ (1) (R) $\rightarrow$ (4) (S) $\rightarrow$ (3)
(D)	(P) $\rightarrow$ (5) (Q) $\rightarrow$ (4) (R) $\rightarrow$ (1) (S) $\rightarrow$ (3)

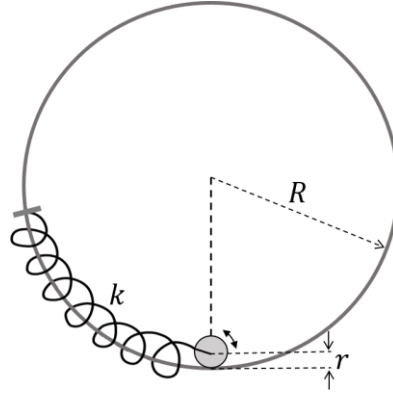
खंड 1 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में

Q.1

एक r त्रिज्या तथा m द्रव्यमान वाले डिस्क के केन्द्र को, एक $R > r$ त्रिज्या वाले वलय (ring) के अन्दर चित्रानुसार एक k कमानी स्थिरांक (spring constant) वाली कमानी (spring) से संलग्न किया गया है। कमानी के दूसरे छोर को वलय की परिधि (periphery) पर संलग्न किया गया है। वलय और डिस्क दोनों एक ही ऊर्ध्वाधर तल में हैं। डिस्क वलय की आंतरिक परिधि के अनुदिश बिना फिसले केवल लुढ़क सकती है। कमानी वलय की परिधि के अनुदिश ही हूक (Hooke) के नियमानुसार खिंच या सिकुड़ सकती है। साम्यावस्था में, डिस्क वलय की तली में है। डिस्क के साम्यावस्था से लघु विस्थापन के लिए, डिस्क के द्रव्यमान केंद्र के दोलनों (oscillations) के दोलनकाल को $T = \frac{2\pi}{\omega}$ लिखा जाता है। ω के लिए सही व्यंजक (expression) है:

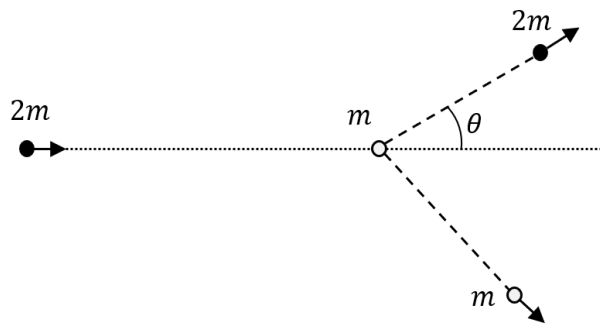
[g गुरुत्वीय त्वरण है]



(A)	$\sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{g}{R-r} + \frac{k}{m} \right)}$	(B)	$\sqrt{\frac{2g}{3(R-r)} + \frac{k}{m}}$
(C)	$\sqrt{\frac{1}{6} \left(\frac{g}{R-r} + \frac{k}{m} \right)}$	(D)	$\sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{g}{R-r} + \frac{k}{m} \right)}$

Q.2

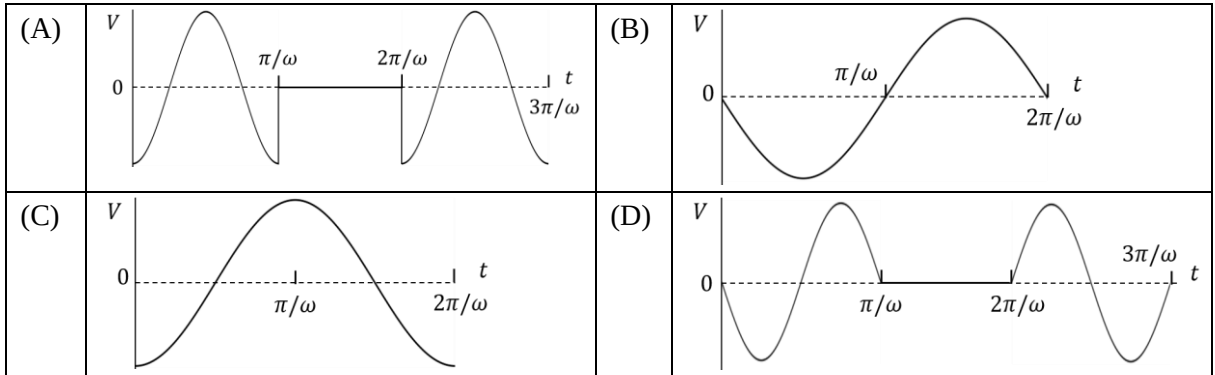
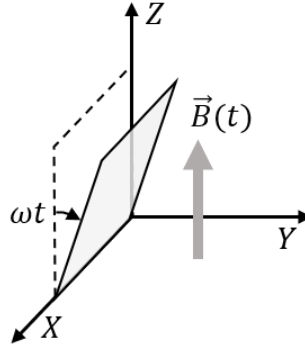
एक प्रकीर्णन (scattering) प्रयोग में एक $2m$ द्रव्यमान का कण विरामावस्था में स्थित m द्रव्यमान के दूसरे कण से टकराता है। इस टक्कर (collision) को पूर्ण प्रत्यास्थ (perfectly elastic) मानते हुए, चित्रानुसार भारी कण का अधिकतम विचलन कोण (deviation angle) θ रेडियन में है:



(A)	π	(B)	$\tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$	(C)	$\frac{\pi}{3}$	(D)	$\frac{\pi}{6}$
-----	-------	-----	--	-----	-----------------	-----	-----------------

Q.3

एक वर्गाकार चालकीय पाश (conducting loop) प्रारम्भ में XZ तल में रखा है जिसके निचले किनारे को X -अक्ष के अनुदिश हिंज (hinge) किया गया है केवल $y \geq 0$ वाले भाग (region) में एक Z -दिशा (direction) अनुदिश कालाश्रित (time dependent) चुम्बकीय क्षेत्र (magnetic field), $\vec{B}(t) = B_0(\cos \omega t)\hat{k}$ मौजूद है, जहाँ B_0 एक नियतांक है। अन्य भागों में चुम्बकीय क्षेत्र शून्य है। समय $t = 0$ पर पाश चित्रानुसार दक्षिणावर्त (clockwise) दिशा ($+X$ अक्ष से देखने पर) में एक नियत कोणीय चाल ω से X अक्ष के परितः घूर्णन (rotate) शुरू करता है। गुरुत्व और पाश के स्व-प्रेरकत्व (self-inductance) की उपेक्षा करते हुए, निम्न आरेखों (plots) में से कौन सा आरेख पाश में प्रेरित e.m.f. (V) को समय के फलन के साथ उचित रूप से निरूपित करता है:



Q.4

चित्र 1 (Fig. 1) में मापन (measurement) से पहले मुख्य पैमाने और वर्नियर (Vernier) पैमाने का विन्यास दिखाया गया है। एक नलिका (tube) के व्यास D के मापन से संगत विन्यास (configuration) चित्र 2 (Fig. 2) में दिखाया गया है। D का मापित मान है:



Fig. 1



Fig. 2

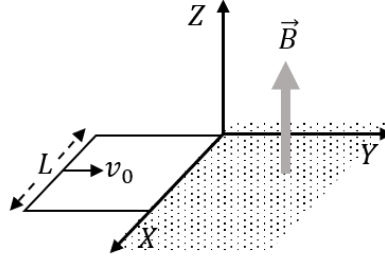
(A)	0.12 cm
(B)	0.11 cm
(C)	0.13 cm
(D)	0.14 cm

खंड 2 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं । इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए ।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :**
 - पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है ।
 - आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है ।
 - आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं ।
 - आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है ।
 - शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) ।
 - ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में ।
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
 - केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
 - कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
 - अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -2 अंक मिलेंगे ।

Q.5

एक L लम्बाई, M द्रव्यमान और R प्रतिरोध का वर्गाकार चालक पाश (conducting loop) XY तल में इस प्रकार गतिमान है कि इसके सिरे X और Y अक्षों के समांतर हैं। $y \geq 0$ भाग (region) में एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ है। अन्य भागों में चुम्बकीय क्षेत्र शून्य है। समय $t = 0$ पर पाश चित्रानुसार चुम्बकीय क्षेत्र में प्रारंभिक वेग $v_0 \hat{j}$ m/s से प्रवेश करना आरम्भ करता है। गुरुत्वाकर्षण और स्व-प्रेरकत्व (self-inductance) की उपेक्षा करते हुए और उपयुक्त मात्रकों में राशि $K = \frac{B_0^2 L^2}{RM}$ को मानते हुए, निम्नलिखित कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं:



(A)	यदि $v_0 = 1.5KL$ है तो पाश चुम्बकीय क्षेत्र वाले भाग के अन्दर पूरी तरह से प्रवेश करने से पहले ही रूक जायेगा।
(B)	यदि संपूर्ण पाश चुम्बकीय क्षेत्र वाले भाग के अन्दर है तो पाश पर लगने वाला कुल बल शून्य है।
(C)	यदि $v_0 = \frac{KL}{10}$ है तो पाश समय $t = \left(\frac{1}{K}\right) \ln\left(\frac{5}{2}\right)$ पर विरामावस्था में आ जाता है।
(D)	यदि $v_0 = 3KL$ है तो $t = \left(\frac{1}{K}\right) \ln\left(\frac{3}{2}\right)$ समय पर सम्पूर्ण पाश चुम्बकीय क्षेत्र वाले भाग के अन्दर प्रवेश कर जाता है।

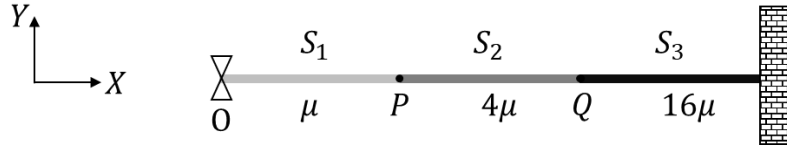
Q.6

एकसमान अनुप्रस्थ काट (cross section) की एक पट्टी की लम्बाई, चौड़ाई और मोटाई क्रमशः 10.5 cm, 0.05 mm, और $6.0 \mu\text{m}$ मापी जाती हैं। निम्न में से कौन सा/से विकल्प पट्टी का सही सार्थक अंकों (significant figures) में आयतन (cm^3 में) का/के मान है/हैं:

(A)	3.2×10^{-5}	(B)	32.0×10^{-6}	(C)	3.0×10^{-5}	(D)	3×10^{-5}
-----	----------------------	-----	-----------------------	-----	----------------------	-----	--------------------

Q.7

माना कि एक निकाय तीन एकसमान रेखीय द्रव्यमान घनत्व (uniform linear mass density) वाले धागों S_1 , S_2 , और S_3 को चित्रानुसार जोड़कर बनाया गया है। S_1 , S_2 , और S_3 के रेखीय द्रव्यमान घनत्व क्रमशः μ kg/m, 4μ kg/m, और 16μ kg/m हैं। S_1 एवं S_2 को बिंदु P पर जबकि S_2 एवं S_3 को बिंदु Q पर जोड़ा गया है और S_3 के दूसरे सिरे को एक दीवार पर जोड़ा गया है। एक तरंग जनित्र (wave generator) O को S_1 के मुक्त सिरे से जोड़ा गया है। यदि जनित्र से उत्पन्न तरंग को $y = y_0 \cos(\omega t - kx)$ cm से निरूपित किया जाये, जहाँ y_0 , ω और k उपयुक्त विमाओं के नियतांक हैं, तो निम्नलिखित कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं:



(A)	जब तरंग पहली बार P से परावर्तित (reflected) होती है तो परावर्तित तरंग को $y = \alpha_1 y_0 \cos(\omega t + kx + \pi)$ cm से निरूपित करते हैं, जहाँ α_1 एक धनात्मक नियतांक है।
(B)	जब तरंग पहली बार P से पारगत (transmitted) होती है तो पारगत तरंग को $y = \alpha_2 y_0 \cos(\omega t - kx)$ cm से निरूपित करते हैं, जहाँ α_2 एक धनात्मक नियतांक है।
(C)	जब तरंग पहली बार Q से परावर्तित (reflected) होती है तो परावर्तित तरंग को $y = \alpha_3 y_0 \cos(\omega t - kx + \pi)$ cm से निरूपित करते हैं, जहाँ α_3 एक धनात्मक नियतांक है।
(D)	जब तरंग पहली बार Q से पारगत (transmitted) होती है तो पारगत तरंग को $y = \alpha_4 y_0 \cos(\omega t - 4kx)$ cm से निरूपित करते हैं, जहाँ α_4 एक धनात्मक नियतांक है।

खंड 3 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर प्रविष्ट करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) का उपयोग करके उत्तर का सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
पूर्ण अंक : +4 यदि निर्दिष्ट स्थान पर केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- Q.8 एक एलिवेटर (elevator) के अन्दर बैठ कर एक व्यक्ति 50 kg द्रव्यमान की वस्तु के भार को मापने का प्रयोग करता है। माना कि धरातल से एलिवेटर की उंचाई y (m में) का समय t (s में) के साथ विचरण (variation), $y = 8 \left[1 + \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right]$ से दिया गया है, जहाँ $T = 40\pi$ s है। गुरुत्वीय त्वरण $g = 10 \text{ m/s}^2$ लेते हुए, इस प्रयोग में वस्तु के भार में प्रेक्षित (observed) अधिकतम बदलाव (N में) है ____

- Q.9 एक इकाई आयतन वाले घन में 10^{15} Hz आवृत्ति के फोटोन (photons) की संख्या 35×10^7 है। यदि सभी फोटोन की उर्जा को उसी आयतन में स्थित विद्युतचुम्बकीय तरंगों की औसत उर्जा माना जाये, तो चुम्बकीय क्षेत्र का आयाम $\alpha \times 10^{-9} \text{ T}$ है। मुक्त आकाश की चुम्बकशीलता (permeability of free space) $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$, प्लांक स्थिरांक (Planck's constant) $h = 6 \times 10^{-34} \text{ Js}$ और $\pi = \frac{22}{7}$ लेते हुए, α का मान है ____

- Q.10 आदर्श कृष्ण पिंडों (black bodies) की तरह विकिरणकारी (radiating) दो समरूप प्लेटों P और Q को क्रमशः नियत परम तापमानों T_P और T_Q पर निर्वात (vacuum) में चित्र 1 के अनुसार रखा गया है, जहाँ $T_Q < T_P$ है। P से Q को स्थानांतरित प्रति एकांक क्षेत्रफल विकिरित शक्ति W_0 है। तत्पश्चात् P और Q के समरूप दो और प्लेटें, P और Q के बीच में चित्र 2 के अनुसार रखी जाती हैं। माना कि उष्मा का स्थानांतरण दो निकटवर्ती प्लेटों के बीच ही होता है। यदि स्थायी अवस्था (steady state) में P से Q की ओर चित्र 2 के अनुसार स्थानांतरित प्रति एकांक क्षेत्रफल विकिरित शक्ति W_s है, तो अनुपात $\frac{W_0}{W_s}$ है —

Fig. 1

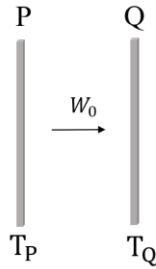
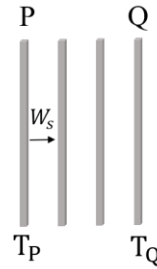
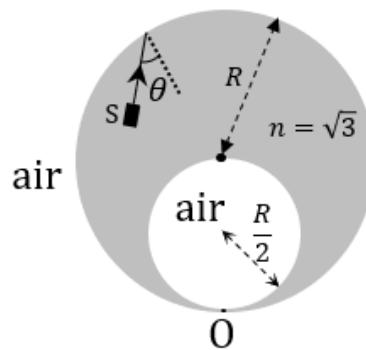


Fig. 2



- Q.11 चित्रानुसार एक $n = \sqrt{3}$ अपवर्तनांक (refractive index) और R त्रिज्या के कांच के एक ठोस गोले के अन्दर $\frac{R}{2}$ त्रिज्या की एक गोलीय वायु गुहिका (air cavity) अवस्थित है। एक अत्यधिक पतली कांच की परत बिंदु O पर इस तरह मौजूद है कि वायु गुहिका (अपवर्तनांक $n = 1$) कांच के गोले के अन्दर ही रहती है। एक अध्रुवित, एकदिशीय और एकवर्णी (unpolarized, unidirectional and monochromatic) प्रकाश स्रोत S कांच के गोले के अन्दर स्थित एक बिंदु से गोले की परिधि की ओर एक प्रकाश किरण को उत्सर्जित करता है। यदि प्रकाश किरण बिंदु O से परावर्तित होती है और पूर्ण रूप से ध्रुवित (fully polarized) है तो इस स्थिति में कांच के गोले के आंतरिक पृष्ठ पर आपतन कोण θ होता है। $\sin \theta$ का मान है —



- Q.12 एक एकल झिरी विवर्तन (single slit diffraction) प्रयोग में झिरी की चौड़ाई को समीकरण $\frac{bd}{D} = m\lambda$ से निर्धारित किया जाता है, जहाँ b झिरी की चौड़ाई है, D स्क्रीन और झिरी के बीच की निम्नतम दूरी है, d केन्द्रीय उच्चिष्ठ (central maximum) और m^{th} विवर्तन उच्चिष्ठ के बीच की दूरी है और λ तरंगदैर्घ्य है। D को एक 1 cm और d को एक 1 mm के अल्पतमांक (least count) वाले पैमानों से मापा जाता है। λ और m के मान परिशुद्ध रूप (precisely) से क्रमशः 600 nm और 3 ज्ञात हैं। यदि $d = 5$ mm, और $D = 1$ m है, तो $m = 3$ वाली विवर्तन उच्चिष्ठ के लिये b के आकलित मान में निरपेक्ष त्रुटि (absolute error) का मान (μm में) है ____

- Q.13 माना कि Z परमाणु क्रमांक (atomic number) वाले हाइड्रोजन जैसे परमाणु की $n = 3$ कक्षा में एक इलेक्ट्रॉन है। परम तापमान T पर स्थित और $k_B T$ उष्मीय उर्जा के एक न्यूट्रॉन की दे-ब्रोग्ली (de Broglie) तरंगदैर्घ्य (wavelength) इस इलेक्ट्रॉन की दे-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य के समान है। यदि यह तापमान $T = \frac{Z^2 h^2}{\alpha \pi^2 a_0^2 m_N k_B}$ से व्यक्त किया गया है, (जहाँ h प्लांक स्थिरांक (Planck's constant) है, k_B बोल्ट्जमान स्थिरांक (Boltzmann constant) है, m_N न्यूट्रॉन का द्रव्यमान है और a_0 हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम बोहर त्रिज्या (Bohr radius) है) तो α का मान है ____

खंड 4 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **तीन (03)** सूची-सुमेलन (Matching List) सेट्स (sets) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **एक (01)** एकाधिक विकल्प प्रश्न (Multiple Choice Question) है।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **दो** सूचियाँ हैं: **सूची-I** और **सूची-II**।
- **सूची-I** में **चार (04)** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R) और (S) हैं एवं सूची-II में **पाँच (05)** प्रविष्टियाँ (1), (2), (3), (4) और (5) हैं।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प प्रश्न में सूची-I और सूची-II पर आधारित चार विकल्प दिए गए हैं और इन विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही एकाधिक विकल्प प्रश्न की शर्त पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
 पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है।
 शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

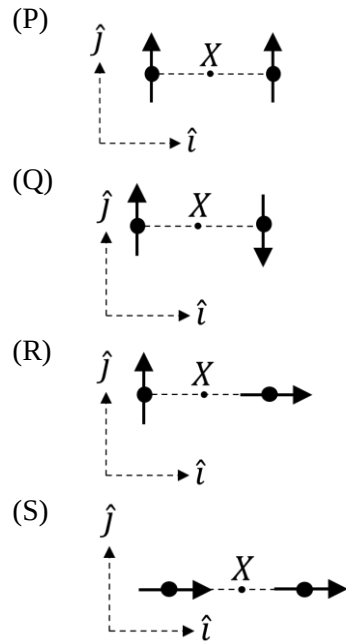
Q.14

सूची-I (List-I) में चार विन्यासों (configurations) को दिखाया गया है। प्रत्येक विन्यास में आदर्श विद्युत द्विध्रुवों (ideal electric dipoles) का एक युग्म (pair) है। प्रत्येक द्विध्रुव के द्विध्रुव आघूर्ण (dipole moment) का परिमाण p है और उनके अभिविन्यासों (orientations) को चित्रानुसार बाणों (arrows) से चिह्नित किया गया है। सभी विन्यासों में द्विध्रुव x दिशा के अनुदिश एक दूसरे से $2r$ दूरी पर स्थिर हैं। दो द्विध्रुवों को जोड़ने वाली रेखा का मध्य बिंदु X है। X पर सम्भावित परिणामी विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ सूची-II (List-II) में दिये गये हैं।

सूची-I की प्रविष्टियों का सूची-II की प्रविष्टियों से सही मिलान करने वाले विकल्प को चुनिये

सूची-I (List-I)

सूची-II (List-II)



$$(1) \vec{E} = 0$$

$$(2) \vec{E} = -\frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3} \hat{j}$$

$$(3) \vec{E} = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (\hat{i} - \hat{j})$$

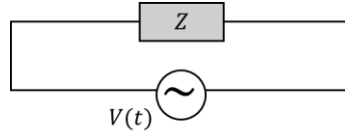
$$(4) \vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2\hat{i} - \hat{j})$$

$$(5) \vec{E} = \frac{p}{\pi\epsilon_0 r^3} \hat{i}$$

(A)	P→3, Q→1, R→2, S→4
(B)	P→4, Q→5, R→3, S→1
(C)	P→2, Q→1, R→4, S→5
(D)	P→2, Q→1, R→3, S→5

Q.15

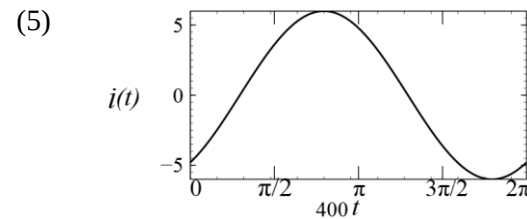
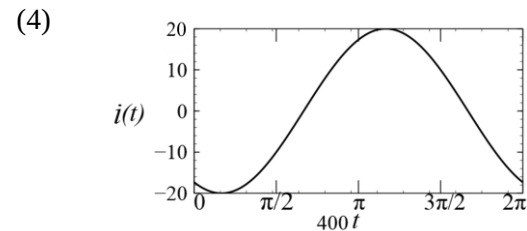
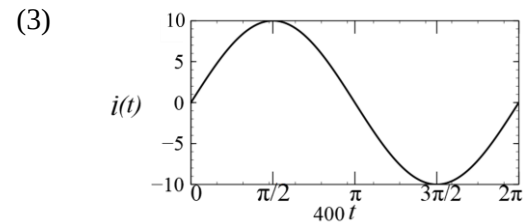
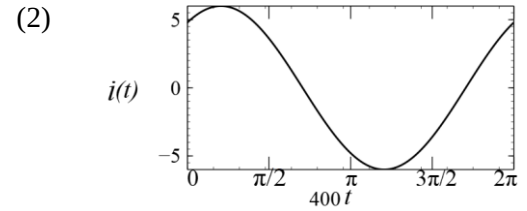
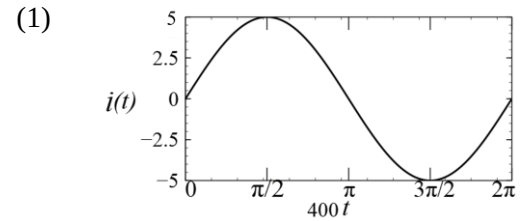
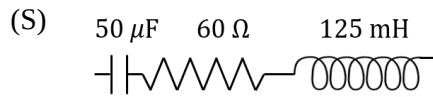
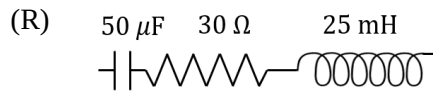
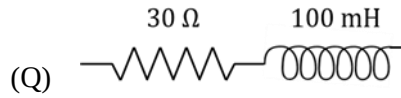
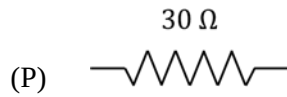
चित्रानुसार, एक परिपथ (circuit) में Z प्रतिबाधा वाले एक वैद्युत लोड को एक AC स्रोत से जोड़ा गया है। समय के साथ स्रोत का विभव $V(t) = 300 \sin(400t)$ V के अनुसार विचरित (vary) होता है, जहाँ t (s) में समय है। सूची-I (List-I) वैद्युत लोड के लिए विभिन्न विकल्प दिखाती है। परिपथ में संभावित धाराएं $i(t)$ समय के फलन के रूप में सूची-II (List-II) में दी गयी हैं।



सूची-I की प्रविष्टियों का सूची-II की प्रविष्टियों से सही मिलान करने वाले विकल्प को चुनिये।

सूची-I (List-I)

सूची-II (List-II)



(A)	P→3, Q→5, R→2, S→1
(B)	P→1, Q→5, R→2, S→3
(C)	P→3, Q→4, R→2, S→1
(D)	P→1, Q→4, R→2, S→5

Q.16

सूची-I (List-I) में उर्जा (E) की परमाणु क्रमांक (Z) पर विभिन्न फलनीय निर्भरतायें (functional dependencies) दी गयी हैं। सूची-II (List-II) में कुछ परिघटनाओं (phenomena) से सम्बन्धित उर्जायें दी गयी हैं।

सूची-I की प्रविष्टियों का सूची-II की प्रविष्टियों से सही मिलान करने वाले विकल्प को चुनिये।

सूची-I (List-I)

(P) $E \propto Z^2$

(Q) $E \propto (Z - 1)^2$

(R) $E \propto Z(Z - 1)$

(S) व्यवहारिक रूप से, E का मान Z पर निर्भर नहीं करता है

सूची-II (List-II)

(1) अभिलक्षणीक (characteristic) एक्स-किरणों की उर्जा

(2) द्रव्यमान संख्या 30 से 170 की परास (range) वाले स्थायी नाभिकों की नाभिकीय बंधन उर्जा का वैद्युतस्थैतिक भाग/अंश (electrostatic part)

(3) संतत (continuous) एक्स-किरणों की उर्जा

(4) द्रव्यमान संख्या 30 से 170 की परास वाले स्थायी नाभिकों की प्रति न्युक्लिऑन (nucleon) औसत नाभिकीय बंधन उर्जा

(5) हाइड्रोजन जैसे परमाणुओं से इलेक्ट्रॉनिक संक्रमणों (electronic transitions) के कारण विकिरण की उर्जा

(A)	P→4, Q→3, R→1, S→2
(B)	P→5, Q→2, R→1, S→4
(C)	P→5, Q→1, R→2, S→4
(D)	P→3, Q→2, R→1, S→5

खंड 1 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
 पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।
 शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.1 NH_4NO_2 का $60-70^\circ\text{C}$ पर तथा NH_4NO_3 का $200-250^\circ\text{C}$ पर तापन (heating) नाइट्रोजन युक्त यौगिकों क्रमशः **X** तथा **Y** के निर्माण से सम्बंधित है। **X** तथा **Y** क्रमशः हैं

(A)	N_2 तथा N_2O
(B)	NH_3 तथा NO_2
(C)	NO तथा N_2O
(D)	N_2 तथा NH_3

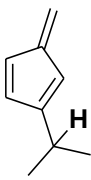
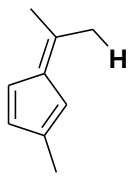
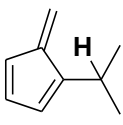
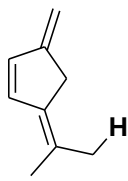
Q.2 दिए संकुलों (complexes) के पराबैंगनी-दृश्य (ultraviolet-visible) क्षेत्र में अवशोषण-बैन्ड (absorption band) के उच्चिष्ठ तरंगदैर्घ्य (wavelength maxima) का सही क्रम है

(A)	$[\text{Co}(\text{CN})_6]^{3-} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{H}_2\text{O})]^{3+} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{Cl})]^{2+}$
(B)	$[\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{Cl})]^{2+} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{H}_2\text{O})]^{3+} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+} < [\text{Co}(\text{CN})_6]^{3-}$
(C)	$[\text{Co}(\text{CN})_6]^{3-} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{Cl})]^{2+} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{H}_2\text{O})]^{3+} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$
(D)	$[\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+} < [\text{Co}(\text{CN})_6]^{3-} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{Cl})]^{2+} < [\text{Co}(\text{NH}_3)_5(\text{H}_2\text{O})]^{3+}$

Q.3 उदासीन जलीय माध्यम (neutral aqueous medium) में परमैंगनेट आयन की आयोडाइड आयन से अभिक्रिया से बने उत्पादों में एक है

(A)	I_2	(B)	IO_3^-	(C)	IO_4^-	(D)	IO_2^-
-----	--------------	-----	-----------------	-----	-----------------	-----	-----------------

Q.4 नीचे दिये गये हाइड्रोकार्बनों में चिह्नित हाइड्रोजन (H) पर विचार करें। सर्वाधिक अम्लीय हाइड्रोजन (H) है

(A)		(B)	
(C)		(D)	

खंड 2 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं । इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) ।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए ।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :**
 - पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है ।
 - आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है ।
 - आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं ।
 - आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है ।
 - शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) ।
 - ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में ।
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
 - केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
 - केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
 - कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
 - अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -2 अंक मिलेंगे ।

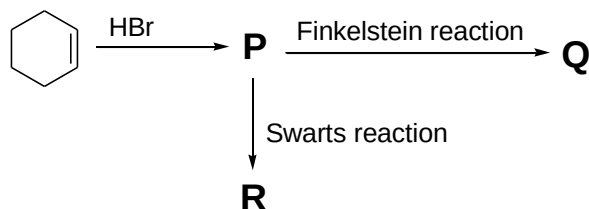
Q.5 समनाभिकी द्विपरमाणुक (homonuclear diatomic) अणुओं के आण्विक कक्ष (molecular orbital, MO) के उर्जा स्तरों के विषय में **गलत** कथन है(हैं)

(A)	Ne ₂ की आबंध कोटि (bond order) शून्य है ।
(B)	F ₂ का उच्चतम अध्यासित आण्विक कक्ष (highest occupied molecular orbital, HOMO) σ - प्ररूप है ।
(C)	O ₂ ⁺ की आबंध उर्जा (bond energy) O ₂ की आबंध उर्जा से कम है ।
(D)	Li ₂ की आबंध लम्बाई (bond length) B ₂ की आबंध लम्बाई से बड़ी है ।

Q.6 प्रतिचुम्बकीय (diamagnetic) आयनों का(के) युग्म है(हैं)

(A)	$\text{La}^{3+}, \text{Ce}^{4+}$
(B)	$\text{Yb}^{2+}, \text{Lu}^{3+}$
(C)	$\text{La}^{2+}, \text{Ce}^{3+}$
(D)	$\text{Yb}^{3+}, \text{Lu}^{2+}$

Q.7 नीचे दिये गये अभिक्रिया के अनुक्रमों के लिए, सही कथन है(हैं)



(विकल्पों में X कार्बन और हाइड्रोजन के अलावा कोई परमाणु है, तथा यह **P**, **Q** और **R** में भिन्न-भिन्न है।)

(Finkelstein reaction: फिंकेल्स्टाइन अभिक्रिया; Swarts reaction: स्वार्ट्स अभिक्रिया)

(A)	P , Q और R में C-X आबन्ध लम्बाई (bond length) $\text{Q} > \text{R} > \text{P}$ क्रम का अनुगमन करती है।
(B)	P , Q और R में C-X आबन्ध एन्थैल्पी (bond enthalpy) $\text{R} > \text{P} > \text{Q}$ क्रम का अनुगमन करती है।
(C)	P , Q और R की $\text{S}_{\text{N}}2$ अभिक्रिया की सापेक्षिक अभिक्रियाशीलता $\text{P} > \text{R} > \text{Q}$ क्रम का अनुगमन करती है।
(D)	P , Q और R के अवशिष्ट समूहों (leaving groups) के संयुग्मित (conjugate) अम्लों के pK_{a} के मान $\text{R} > \text{Q} > \text{P}$ क्रम का अनुगमन करते हैं।

खंड 3 (अधिकतम अंक : 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर प्रविष्ट करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउज़ (MOUSE) और ऑन-स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) का उपयोग करके उत्तर का सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट करें।
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो मान को **दो (02)** दशमलव स्थानों तक **समेटें/ शून्यांत (TRUNCATE/ROUND-OFF)** करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
पूर्ण अंक : +4 यदि निर्दिष्ट स्थान पर केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- Q.8 एक विद्युत-रासायनिक (electrochemical) सेल में डाइक्रोमेट आयन जलीय अम्लीय माध्यम में Cr^{3+} में अपचयित होते हैं। 1 मोल Cr^{3+} उत्पन्न करने हेतु धारा (current, amperes में) जो 48.25 मिनट तक सेल में प्रवाहित हो, _____ है।

उपयोग करें: 1 फैरेडे = 96500 C mol^{-1}

- Q.9 25°C पर एक दुर्बल एकक्षारकी अम्ल, जिसका अम्ल विघटन नियतांक (acid dissociation constant, K_a) 4.00×10^{-11} है, के एक $1.00 \times 10^{-3} \text{ M}$ जलीय विलयन में H^+ आयन की सांद्रता $X \times 10^{-7} \text{ M}$ है। X का मान _____ है।

उपयोग करें: 25°C पर जल का आयनी गुणनफल (K_w) = 1.00×10^{-14}

- Q.10 एक वॉन डर वाल्स (van der Waals) गैस के मोलर आयतन (molar volume, V_m) का परिकलन वॉन डर वाल्स समीकरण को एक त्रिघात समीकरण (cubic equation) जिसमें V_m चर (variable) है, में व्यक्त कर के कर सकते हैं। एक गैस जिसके वॉन डर वाल्स स्थिरांक $a = 6.0 \text{ dm}^6 \text{ atm mol}^{-2}$ तथा $b = 0.060 \text{ dm}^3 \text{ mol}^{-1}$ हैं, के 300 K तथा 300 atm पर V_m^2 के गुणांक तथा V_m के गुणांक का अनुपात (mol dm^{-3} में) _____ है।

उपयोग करें: सार्वत्रिक गैस नियतांक (Universal gas constant, R) = $0.082 \text{ dm}^3 \text{ atm mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

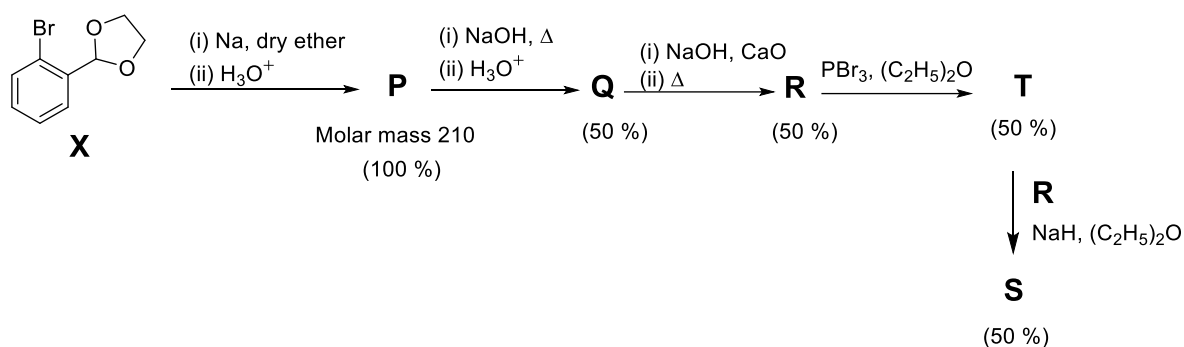
- Q.11 आदर्श गैस व्यवहार मानते हुये, 300 K तथा स्थिर दाब पर 144 g जल के सम्पूर्ण विद्युत अपघटित (electrolyzed) होने पर किया हुआ प्रसरण कार्य (expansion work done) (kJ में) _____ है।

उपयोग करें: सार्वत्रिक गैस नियतांक (Universal gas constant, R) = $8.3 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$; परमाणु द्रव्यमान (atomic mass, amu में): $\text{H} = 1$, $\text{O} = 16$

- Q.12 नायलॉन 6,6 (Nylon 6,6) के संश्लेषण में शामिल एकलक (monomer) (X), सकारात्मक कार्बिलऐमीन (carbylamine) परीक्षण देता है। यदि डुमास (Dumas) विधि से 10 मोल X को विश्लेषित किया जाये, तो उत्पन्न हुए नाइट्रोजन गैस की मात्रा (ग्राम में) _____ है।

उपयोग करें: N का परमाणु द्रव्यमान (atomic mass, amu में) = 14

- Q.13 नीचे दिये गये अभिक्रिया अनुक्रम को X के 16 मोल्स के साथ प्रतिपादित (carried out) किया जाता है। प्रत्येक पद के लिये प्रमुख उत्पाद की उपज (yield), उत्पाद के नीचे कोष्ठक में दी गयी है। उत्पन्न हुयी S की मात्रा (ग्राम में) _____ है



(dry ether: शुष्क ईथर, Molar mass: मोलर द्रव्यमान)

उपयोग करें: परमाणु द्रव्यमान (atomic mass, amu में): H = 1, C = 12, O = 16, Br = 80

खंड 4 (अधिकतम अंक : 12)

- इस खंड में **तीन (03)** सूची-सुमेलन (Matching List) सेट्स (sets) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **एक (01)** एकाधिक विकल्प प्रश्न (Multiple Choice Question) है।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **दो** सूचियाँ हैं: **सूची-I** और **सूची-II**।
- **सूची-I** में **चार (04)** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R) और (S) हैं एवं सूची-II में **पाँच (05)** प्रविष्टियाँ (1), (2), (3), (4) और (5) हैं।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प प्रश्न में सूची-I और सूची-II पर आधारित चार विकल्प दिए गए हैं और इन विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही एकाधिक विकल्प प्रश्न की शर्त पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का **मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा** :
 पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सही विकल्प को ही चुना गया है।
 शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
 ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.14 सूची-I में दिये समूह अभिकर्मकों (group reagents) जो सूची-II में दिये धातु आयन का विलयन से अवक्षेपण करें, का सही सुमेल है

सूची-I

- (P) NH_4OH की उपस्थिति में H_2S प्रवाहित
 (Q) NH_4OH की उपस्थिति में $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$
 (R) NH_4Cl की उपस्थिति में NH_4OH
 (S) तनु HCl की उपस्थिति में H_2S प्रवाहित

सूची-II

- (1) Cu^{2+}
 (2) Al^{3+}
 (3) Mn^{2+}
 (4) Ba^{2+}
 (5) Mg^{2+}

(A)	P → 3; Q → 4; R → 2; S → 1
(B)	P → 4; Q → 2; R → 3; S → 1
(C)	P → 3; Q → 4; R → 1; S → 5
(D)	P → 5; Q → 3; R → 2; S → 4

Q.15

सूची-II में दी गयी अभिक्रियाओं से उत्पन्न हुए प्रमुख उत्पाद **सूची-I** में उल्लेखित नामित (named) अभिक्रियाओं के अभिकारक हैं। **सूची-I** में दी गयी प्रत्येक प्रविष्टि को **सूची-II** की उपयुक्त प्रविष्टि से सुमेल करें और उचित विकल्प को चुनें।

सूची-I

(P) स्टीफेन अभिक्रिया (Stephen reaction)

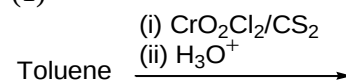
(Q) सैन्डमायर अभिक्रिया (Sandmeyer reaction)

(R) हॉफमान ब्रोमामाइड निम्नीकरण अभिक्रिया
(Hoffmann bromamide degradation reaction)

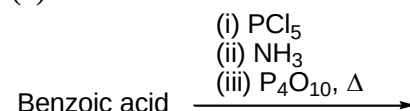
(S) कैनिज़ारो अभिक्रिया (Cannizzaro reaction)

सूची-II

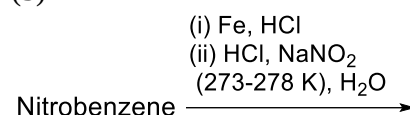
(1)



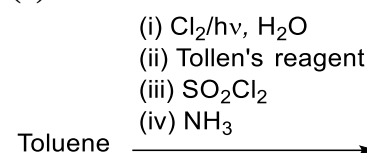
(2)



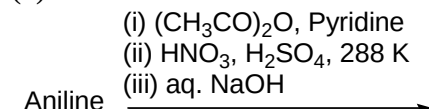
(3)



(4)



(5)



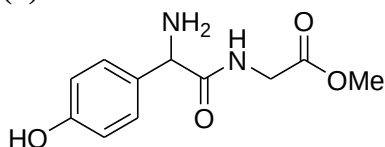
(Toluene: टॉलूइन; Benzoic acid: बेन्ज़ोइक अम्ल; Nitrobenzene: नाइट्रोबेन्जीन; Aniline: ऐनिलीन; Tollen's reagent: टॉलेन अभिकर्मक; aq. NaOH: जलीय NaOH)

(A)	P → 2; Q → 4; R → 1; S → 3
(B)	P → 2; Q → 3; R → 4; S → 1
(C)	P → 5; Q → 3; R → 4; S → 2
(D)	P → 5; Q → 4; R → 2; S → 1

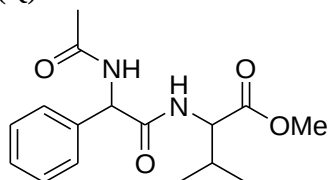
Q.16 सूची-I में दिये यौगिकों का सूची-II में दिये गये उपयुक्त प्रेक्षणों (observations) से सुमेल करें और उचित विकल्प को चुनें।

सूची-I

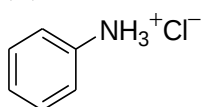
(P)



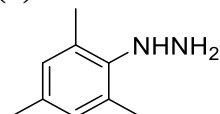
(Q)



(R)



(S)



सूची-II

(1) फिनाइल डाईऐजोनियम (phenyl diazonium) लवण की अभिक्रिया पीला रंजक (dye) देती है।

(2) निनहाइड्रिन (ninhydrin) के साथ अभिक्रिया जामुनी (purple) रंग देती है और यह FeCl_3 से भी अभिक्रिया करके बैंगनी (violet) रंग देती है।

(3) ग्लूकोस से अभिक्रिया संगत (corresponding) हाइड्रैज़ोन (hydrazone) देगी।

(4) यौगिक का लैसे निचोड़ (Lassaigne extract) तनु HCl से विवेचित (treated) करने के बाद जलीय FeCl_3 मिलाने पर खूनी लाल रंग देता है।

(5) पूर्णतया जल अपघटन के बाद, यह निनहाइड्रिन (ninhydrin) परीक्षण देगा और यह सकारात्मक थैलीन रंजक (phthalein dye) परीक्षण नहीं देता है।

(A)	$P \rightarrow 1; Q \rightarrow 5; R \rightarrow 4; S \rightarrow 2$
(B)	$P \rightarrow 2; Q \rightarrow 5; R \rightarrow 1; S \rightarrow 3$
(C)	$P \rightarrow 5; Q \rightarrow 2; R \rightarrow 1; S \rightarrow 4$
(D)	$P \rightarrow 2; Q \rightarrow 1; R \rightarrow 5; S \rightarrow 3$

END OF THE QUESTION PAPER